# n-te Wurzel

## Eine Einführung

Annalena Beck

| | |
|---|---|
| Thema | Einführung der n-ten Wurzel |
| Stoffzusammenhang | Reelle Zahlen |
| Jahrgangsstufe | 9 |
| Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche | Erweiterung des bekannten Zahlenbereichs, Umgang mit Wurzeln und Potenzen |
| Prozessbezogene Kompetenzen | Problemlösen, Modellieren, geschickte Vorgehensweisen |

### Intention

In der Unterrichtseinheit sollen die Schülerinnen und Schüler die Definition der n-ten Wurzel kennen lernen, und eine Vorstellung für diese Wurzeln entwickeln. Sie sollen durch systematisches Berechnen von Wurzeln an die Definition von Wurzeln als Potenzen mit rationalen Exponenten herangeführt werden.

### Vorkenntnisse

Die Lernenden kennen bereits die Quadratwurzel und die zugehörigen Rechenregeln.

### Methodische Hinweise

Die Unterrichtseinheit verläuft eher lehrerzentriert, um möglichst direkt, ohne Umstände auf geschickte Berechnungsmöglichkeiten und den Zusammenhang zwischen der Wurzel- und der rationalen Potenzschreibweise zu kommen.
Zur Einführung werden an der Tafel Potenz-Tabellen für die natürlichen Zahlen von 0 bis 5 angelegt, um das Kopfrechnen der Lernenden etwas aufzufrischen. Denn die Lernenden sollen der Reihe nach die Werte zu den Urbildern bestimmen. Es werden von den Lernenden Fachbegriffe wie Potenzieren, Radizieren erfragt, und so vom bekannten Fall des Quadratwurzelziehens auf die unbekannten Fälle für andere Potenzen ausgeweitet. Die Definition samt Tabellen wird ins Heft übertragen.
Die Übungsaufgaben sind so konzipiert, dass für die ersten die Ergebnisse aus den Tabellen abgelesen werden können. Somit wird der Umgang mit Tabellen zusätzlich geschult. Für die weiteren Aufgaben sind aber immer neue Tricks nötig, um die Wurzel berechnen zu können. Die Ideen dazu liefern die Lernenden und werden gemeinsam an der Tafel ausgeführt. Mittels der Aufgaben soll langsam an die Schreibweise von Wurzeln als Potenzen mit rationalen Exponenten herangeführt werden.

In den Folgestunden können Übungsaufgaben von den Lernenden weitgehend selbstständig bearbeitet und gemeinsam mit der Lehrkraft die Potenzgesetze erarbeitet werden.

# n-te Wurzel

Potenzieren

$| ()^2$

| x | $x^2$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 4 |
| 3 | 9 |
| 4 | 16 |
| 5 | 25 |

$| \sqrt[(2)]{\ }$

Radizieren
(Quadrat-)Wurzel
Zweite Wurzel

Potenzieren

$| ()^3$

| x | $x^3$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 8 |
| 3 | 27 |
| 4 | 64 |
| 5 | 125 |

$| \sqrt[3]{\ }$

Radizieren
(Kubik-)Wurzel
Dritte Wurzel

Potenzieren

$| ()^4$

| x | $x^4$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 16 |
| 3 | 81 |
| 4 | 256 |
| 5 | 625 |

$| \sqrt[4]{\ }$

Radizieren
—
Vierte Wurzel

Potenzieren

$| ()^n$

| x | $x^n$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | $2^n$ |
| 3 | $3^n$ |
| 4 | $4^n$ |
| 5 | $5^n$ |

$| \sqrt[n]{\ }$

Radizieren
—
n-te Wurzel

<u>Definition</u>
Für a≥0 ist $\sqrt[n]{a}$ die n-te Wurzel aus a diejenige nicht-negative Zahl, deren n-te Potenz a ergibt.
D.h. für x= $\sqrt[n]{a}$ gilt: $x^n$=a.
n heißt Wurzelexponent, a heißt Radikand.

Übungen:
$\sqrt[3]{8} = 2$, da $2^3 = 8$ $(aus\ Tab.)$

S.130

2k) $\sqrt[4]{256}$=4, da $4^4 = 256$ $(aus\ Tab.)$

2a) $\sqrt[3]{1000}$=10, da $10^3 = 1000$

2n) $\sqrt{0{,}01}$=0,1

2p) $\sqrt[5]{0{,}00243}$=0,3

$0{,}3^5 = 0{,}00243$

$3^5 = 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3 = 9 \cdot 9 \cdot 3 = 81 \cdot 3 = 243$

2i) $\sqrt[4]{\frac{1}{625}}=\frac{1}{5}$, da $(\frac{1}{5})^4 = \frac{1}{5^4}=\frac{1}{625}$ $(aus\ Tab.)$

2o) $\sqrt[4]{49^{-2}}=\sqrt[4]{\frac{1}{49^2}}=\frac{1}{7}$

$49=7^2 \Rightarrow 49^2 = 7^2 \cdot 7^2 = 7^4$

$$\sqrt[3]{5^{9}} \overset{:3}{=} 5^{3}$$

$$x^3 = 5^9 = \underbrace{(5\cdot5\cdot5)}_{=x}\cdot\underbrace{(5\cdot5\cdot5)}_{=x}\cdot\underbrace{(5\cdot5\cdot5)}_{=x}$$

$$\sqrt[3]{5^{27}} \overset{:3}{=} 5^{9}$$

$$x^3 = 5^{27} = 5\cdot\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\cdot 5$$

Wir rechnen: 27:3=9

$$(5\cdot\ldots\cdot5)\cdot(5\cdot\ldots\cdot5)\cdot(5\cdot\ldots\cdot5)$$

$$\sqrt[4]{7^{16}} \overset{:4}{=} 7^{4}$$

Allg.:

$$\sqrt[n]{a^{m}} = a^{\frac{m}{n}}$$

Klar, wenn m durch n teilbar ist. Neu, wenn nicht:

$$\sqrt[4]{3^{6}} \overset{:4}{=} 5^{\frac{6}{4}} = 5^{\frac{2}{3}}$$

Dies bringt uns zu folgender sinnvoller Definition:

> Für positive Zahlen a wird vereinbart: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^{m}}$
> Dh: Wird aus einer Potenz $a^{m}$ die n-te Wurzel gezogen, so wird ihr Exponent m durch n dividiert.

Somit ist $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$